

I. Zadatak

1. Neka je sljedeći sud o današnjem vremenu u Zagrebu istinit :

Danas je u Zagrebu bilo i sunčano i oblačno

Prevedite sljedeće rečenice na \mathcal{L}_i (tj. jezik logike sudova) prema dolje napisanom ključu prevođenja!

Što možemo znati o istinitosnoj vrijednosti predloženih rečenica?

Ako je pojedina rečenica istinita, pokraj nje napišite **i**, ako je neistinita napišite **n**, a ako tvrdnji ne možemo odrediti istinosnu vrijednost na temelju gornje tvrdnje, napišite: **?**

[Ključ tumačenja: S za 'Danas je u Zagrebu bilo sunčano'; O za 'Danas je u Zagrebu bilo oblačno'; P za 'Danas je u Zagrebu padala kiša'; D za 'Danas se iz Zagreba vidjela duga'; H za 'Danas je u Zagrebu bilo hladno']

- a. Danas je u Zagrebu bilo sunčano, no nije padala kiša.
- b. Danas je u Zagrebu bilo sunčano, oblačno i hladno.
- c. Danas je u Zagrebu bilo hladno i iz njega se vidjela duga.
- d. Nije slučaj da je danas u Zagrebu bilo hladno i da se iz njega vidjela duga.
- e. Danas je u Zagrebu bilo oblačno.
- f. Danas je u Zagrebu bilo oblačno i padala je kiša, no nije bilo sunčano.
- g. Nije slučaj da je danas u Zagrebu padala kiša i da nije bilo sunčano.
- h. * Nije da nije slučaj da danas u Zagrebu i nije tako nije bilo oblačno i da je bilo sunčano.

2. Uočite!

- Ako je neka rečenica iz prethodnog zadatka pod zadanim pretpostavkama istinita, to znači da logički slijedi (\vdash) iz zadanih tvrdnji, tj. da se može dokazati u sustavu prirodne dedukcije.
- Ako neka rečenica iz prethodnog zadatka pod zadanim pretpostavkama nije istinita, to znači da iz nje pridružene zadanoj rečenici možemo izvesti protuslovlje (\perp), odnosno da iz zadane rečenice logički slijedi njezina negacija.
- Ako pak nekoj rečenici ne možemo odrediti istinosnu vrijednost na temelju zadane rečenice, to znači da iz zadane rečenice ne slijedi ni ona niti njezina negacija. Također, to znači da, pridružimo li je zadanoj rečenici ne možemo izvesti protuslovlje.

ZADACI:

- a. Odaberite jednu rečenicu koju ste procijenili istinitom i izvedite je iz zadane rečenice u sustavu prirodne dedukcije!
- b. Odaberite jednu rečenicu koju ste procijenili neistinitom, pridodajte je zadanoj pretpostavci i izvedite protuslovlje!
- c. Odaberite jednu rečenicu koju ste procijenili neistinitom i pod zadanom pretpostavkom izvedite njezinu negaciju!
- d. Možete li iz zadane rečenice izvesti rečenice koje ste procijenili kao '??'? Ako da, kako? Ako ne, zašto?

3. Slijede li sljedeće rečenice iz pretpostavki: (1) $S \wedge O \wedge \neg P$ i (2) $H \wedge \neg D$? Ako slijede, dokažite, ako ne slijede, dokažite njihovu negaciju! (neodređene nisu zadane!):

- a. $O \wedge H$
- b. $\neg P \wedge \neg D$
- c. $\neg(S \wedge P)$
- d. $\neg\neg\neg P$
- e. $\neg(H \wedge O)$
- f. $S \wedge D$

II. Zadatak

Dokažite u sustavu prirodne dedukcije:

- a. Iz suda 'Danas je u Zagrebu padala kiša' dokažite da slijede sudovi (1) 'Nije slučaj da danas u Zagrebu nije padala kiša' i (2) 'Nije da nije slučaj da nije tako da danas u Zagrebu nije padala kiša.'
- b. Iz suda 'Nitko nije bezličan' dokažite da slijedi sud 'Nije da nije slučaj da nitko nije bezličan' [Ključ tumačenja: Bx za ' x je bezličan']
- c. Iz suda 'Sve se kreće i lijepo je' dokažite da slijedi sud 'Zemlja je lijepa' [Ključ tumačenja: Kx za ' x se kreće'; Lx za ' x je lijep'; z za Zemlja]
- d. Iz sudova (1) 'Sve se kreće i lijepo je' i (2) 'Zemlja nije kockasta' dokažite da slijede sudovi: 'Nije sve lijepo i kockasto' i 'Nije slučaj da je Zemlja i kockasta i lijepa.'