

## vježbe 6 – Uvod u zaključak i dokaz

[primjeri izabrani, prevedeni i prilagođeni iz: Hurley, A Concise Introduction to Logic, 7th Ed.]

**Prevedite sljedeće zaključke i neizravnim dokazom (reductio ad absurdum) provjerite jesu li valjani!**  
(U zagradama pokraj zaključaka stoje redom pokrate za elementarne sudove).

**Ako je zaključak valjan, dokažite ga prirodnom dedukcijom!**

**Ako zaključak nije valjan, navedite protuprimjer, tj. tumačenje u kojemu je konjunkcija premisa istinita a konkluzija neistinita!**

(Valjanost svakog zaključka prvo provjerite neformalno (izravno ili neizravno) – to ne morate pisati ali je jako važno za razumijevanje!)

1. Ako je Michelangelo oslikao svod Sikstinske kapele, poznao je priče iz Staroga Zavjeta. Michelangelo je poznao priče iz Staroga Zavjeta. Stoga je Michelangelo oslikao svod Sikstinske kapele. (O, S)
2. Dvadeset posto djece u SAD-u nikada nije bilo kod zubara. No, ako je tomu tako, zdravstvena zaštita u SAD-u nije pravedno raspodijeljena. Dakle, zdravstvena zaštita u SAD-u nije pravedno raspodijeljena. (Z, P)
3. Ako gledanje TV-a opušta, onda TV unapređuje kvalitetu života. Dokazano je da gledanje TV-a ne opušta. Dakle, gledanje TV-a ne unapređuje kvalitetu života. (O, U)
4. Ili su najbogatiji ljudi najsretniji ili nije tako da se novcem može sve kupiti. Najbogatiji ljudi nisu najsretniji. Dakle, novcem ne možeš sve kupiti. (N, K)
5. Dinosauri nisu bili hladnokrvne životinje ili nisu pretci današnjih ptica. Dinosauri jesu pretci današnjih ptica. Prema tome, dinosauri nisu bili hladnokrvne životinje. (H, P)
6. Industrije koje zagađuju okoliš bit će pod većom kontrolom ili će kisele kiše nastaviti padati. Industrije koje zagađuju bit će pod većom kontrolom. Stoga, kisele kiše neće nastaviti padati. (Z, K)
7. Ili će industrije koje zagađuju okoliš biti pod većom kontrolom ili će kisele kiše nastaviti padati. Industrije koje zagađuju bit će pod većom kontrolom. Dakle, kisele kiše neće nastaviti padati. (Z, K)
8. Ako se nastavi s iskorištavanjem ugljena, teški će se metali i dalje ispuštati u atmosferu. Ako se teški metali neće ispuštati u atmosferu, oštećenja živčanog sustava će se smanjiti. Stoga, ako se ne nastavi s iskorištavanjem ugljena, oštećenja živčanog sustava će se smanjiti. (U, M, O)
9. Ako je Sunce varijabilna zvijezda, njegova će energija jednom u budućnosti naglo pasti. Ako će energija Sunca jednom naglo pasti, Zemlja će postati glomazna ledena gruda. Stoga, ako je Sunce varijabilna zvijezda, Zemlja će postati glomazna ledena gruda. (S, E, Z)
10. Ako razina mora poraste šest metara, obalni će gradovi od Dubrovnika do Rovinja biti poplavljeni. Ako ledeni pokrov Antarktika klizne u more, razina mora na Zemlji povisit će se za šest metara. Dakle, ako obalni gradovi od Rovinja do Dubrovnika neće biti poplavljeni, ledeni pokrov Antarktika neće kliznuti u more. (P, O, K)
11. Ako ćeš postati nastavnik, nećeš imati novaca za godišnji odmor. No, ako ne postaneš nastavnik, nećeš imati vremena za godišnji odmor. S obzirom na to da ćeš postati nastavnik ili nećeš, slijedi da nećeš imati novaca za godišnji odmor ili da za njega nećeš imati vremena. (P, N, V)

## vježbe 6 – Uvod u zaključak i dokaz

12. Ako je topaz tvrđi od kvarca, njime se može brusiti kvarc, a i ortoklas. Topaz je tvrđi od kvarca i od kalcita. Stoga se topazom može brusiti kvarc ili korund. (T, B, O, C, K)
13. Ako liječnici neizlječivog pacijenta eutanaziraju, riskiraju tužbu za umorstvo. No, ako ga ne eutanaziraju, produljuju pacijentovu patnju. Stoga, oni ili riskiraju tužbu za umorstvo ili produljuju njegovu patnju. (E, U, P)
14. Ako liječnici neizlječivog pacijenta eutanaziraju, riskiraju tužbu za umorstvo. No, ako ga ne eutanaziraju, produljuju pacijentovu patnju. Stoga, oni riskiraju tužbu za umorstvo ili produljuju njegovu patnju. (E, U, P)
15. Ako je Mirko u bračnoj zajednici sa Slavkom ako i samo ako je u bračnoj zajednici sa Mirkom, onda je bigamist. No, Mirko nije bigamist. Stoga je Mirko ili u bračnoj zajednici sa Slavkom, ili je u bračnoj zajednici sa Mirkom.

**Rješenja** (U ovim rješenjima dokazuje se samo valjanost/nevaljanost zaključka na različite načine.

Rješenje 1. zadatka je neformalno – na taj način ne morate rješavati, no jako je važan za razumijevanje; rješenje 2. zadatka je način na koji morate provjeriti valjanost svih zaključaka: ukoliko je zaključak valjan, kao ovaj u 2. zadatku, trebate ga dokazati i prirodnom dedukcijom; no ukoliko nije, poput 1. zadatka, trebate navesti protuprimjer):

1. Pretpostavimo obrnuto, odnosno da M. nije oslikao svod Sikstinske kapele. Ova pretpostavka ne dovodi u pitanje istinitost prve premise (jer je pod tom pretpostavkom njezin dostatan uvjet nije ostvaren), pa tako ne dovodi u pitanje ni istinitost druge premise (da je poznao priče iz SZ). Stoga je pod pretpostavkom da su premise istinite moguć i nijek naše konkluzije, što znači da ona ne proizlazi nužno iz premisa (tj. da naš zaključak nije valjan).  
Protuprimjer: M. nije oslikao svod Sikstinske kapele, no poznao je priče iz SZ.

2.

$$(\neg Z \wedge (\neg Z \rightarrow \neg P)) \rightarrow \neg P$$

i i i n n n pod pretp. da nije valjan ušli smo u proturječje, stoga je zaklj. valjan

3. (ovo je još jedan mogući način dokazivanja: pretpostavili smo da su premise istinite, i gledamo možemo li na temelju njihove istinitosti nešto znati o tome unapređuje li gledanje TV kvalitetu života)

$$(O \rightarrow U), \neg O$$

n i ? i nužan uvjet u prvoj rečenici pod ovim pretpostavkama može biti i istinit i neistinit, stoga ništa o njemu ne možemo znati. Zaključak je, stoga, nevaljan.

4. U prvoj premisi tvrdimo da je samo jedan od navedena dva suda istinit, a u drugoj tvrdimo da prvi od njih nije. Stoga, drugi mora biti istinit.
5. Pretpostavimo da nijek konkluzije zajedno s premisama čini zadovoljiv skup. Ako je tako, Dinosauri su bili hladnokrvne životinje i (prema drugoj premisi) jesu pretci današnjih ptica ( $H \wedge P$ ). No to je protuslovno prvoj premisi koja tvrdi da barem jedno od toga nije istina ( $\neg H \vee \neg P$ ). Stoga, premise jamče istinitost naše konkluzije (tj. konkluzija nužno proizlazi iz premisa, i naš je zaključak valjan)

6.

$$(Z \vee K), Z$$

i i ? i Kako je za disjunksiju dovoljno da je istinita ako je samo jedan disjunkt istinit, ništa o drugom disjunkt u sa sigurnošću ne možemo znati. Stoga naš zaključak nije valjan jer premise dopuštaju i istinitost i neistinitost drugoga disjunkta.

7. Za razliku od 6. ovdje imamo isključnu disjunksiju. Možemo je prevesti opisno kao:  $(Z \wedge \neg K) \vee (\neg Z \wedge K)$

$$(((Z \wedge \neg K) \vee (\neg Z \wedge K)) \wedge Z) \rightarrow \neg K$$

I I I I N N I I N N  
9 8 10 5 6 7 2 4 1 3

Ovaj je zaključak za razliku od gornjega, valjan.

8.

$$((U \rightarrow M) \wedge (\neg M \rightarrow O)) \rightarrow (\neg U \rightarrow O)$$

N I I I N I N N I N N  
11 6 10 2 9 7 8 1 4 3 5

Nismo ušli u protuslovlje, što znači da postoji tumačenje u kojemu su sve premise istinite, a konkluzija neistinita. To znači da zaključak nije valjan. Protuprimjer:  $\neg U, M, \neg O$

9. Pretpostavimo da konkluzija ne slijedi iz premisa, tj. da postoji interpretacija u kojoj su one istinite, te u kojoj je istinito i da Sunce jest varijabilna zvijezda, i da Zemlja neće postati glomazna ledena gruda. U tom slučaju iz prve premise slijedi da će Sunčeva energija jednom u budućnosti naglo pasti (jer je potvrđen dostatan uvjet). Iz druge premise, onda, slijedi da će Zemlja postati glomazna ledena gruda. No to protuslovi našoj pretpostavci. Stoga, ne postoji interpretacija u kojoj su premise istinite a konkluzija neistinita, tj. naša konkluzija slijedi iz premisa (tj. zaključak je valjan).

10.

$$((P \rightarrow O) \wedge (K \rightarrow P)) \rightarrow (\neg O \rightarrow \neg K)$$

~~i i n~~ i i i i n i n n i  
13 12 14 2 10 9 11 1 6 7 3 5 8      zaključak je valjan

11. U premisama je rečeno da je topaz tvrđi od kvarca, pa je ispunjen dostatan uvjet u prvoj premisi. Stoga se topazom može brusiti kvarc. A ako je to istina, onda je istina i da se njime može brusiti kvarc ili korund. Naša je konkluzija, dakle, logička posljedica premisa.

13, 14. i 15. pokušajte riješiti bez pomoći.