

1. ZADATAK

Za svaku od rečenica odredite je li valjana i zadovoljiva, je li zadovoljiva no nevaljana, ili je nezadovoljiva (protuslovna, kontradiktorna) i nevaljana. Ako je rečenica zadovoljiva ali nevaljana, napišite za koje je vrijednosti elementarnih sudova istinita.

- $P \leftrightarrow \neg P$
- $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$
- $\neg((P \rightarrow \neg Q) \vee \neg R)$
- $((P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \rightarrow \neg P$

2. ZADATAK

Ne ispisujući istinitosne tablice, odredite je li zadani skup rečenica zadovoljiv! Ako jest, za koje je vrijednosti elementarnih sudova zadovoljiv. Ako skup nije zadovoljiv objasnite zašto ne ispisujući tablice!

- $\neg A \wedge \neg B, (\neg C \rightarrow B) \vee A, \neg C$
- $\neg A \vee B, \neg A \rightarrow (B \rightarrow C), \neg(A \vee C)$

3. ZADATAK

Četiri Lovrina prijatelja rekla su nam nešto o hrani koju on voli, odnosno, ne voli.

Davor: Ako Lovre voli ribu, voli i glavonošce.

Srećko: Iako Lovre voli crni rižot, ne voli glavonošce.

Berislav: Ako Lovre ne voli crni rižot, ne voli ni glavonošce.

Goran: Lovre voli crni rižot ako i samo ako voli ribu.

Zadaci:

- Je li skup njihovih iskaza zadovoljiv, tj. je li moguće da su svi oni rekli istinu?
- Je li moguće da samo Berislav nije govorio istinu?
- Ukoliko samo Goran nije govorio istinu, što Lovre voli, a što ne voli? (tj. za koje je vrijednosti elementarnih rečenica skup rečenica iz koje je izuzet Goranov iskaz zadovoljiv?)
- Tko sve nije govorio istinu ukoliko Lovre voli ribu i crni rižot, no ne voli glavonošce?
- Tko sve nije govorio istinu ukoliko Lovre voli sva tri jela, ili ne voli nijedno od navedenih?
- Je li moguće da nitko od njih nije rekao istinu?

vježbe 5.2 valjanost – nevaljanost; zadovoljivost – nezadovoljivost

Rješenja:

1. a. nezadovoljiva (protuslovna, kontradiktorna); b. valjana i zadovoljiva; c. nevaljana no zadovoljiva (u interpretaciji u kojoj su sve rečenice istinite: $P \wedge Q \wedge R$); d. valjana i zadovoljiva

2. a. Iz prve rečenice znademo da su A i B neistiniti. Iz treće rečenice znademo da je C neistinit. Može li u toj interpretaciji biti istinita druga rečenica ($(\neg C \rightarrow B) \vee A$)? Ako može, barem jedan od disjunkata mora biti istinit. Za drugi disjunkt (A) znademo da nije istinit. O prvom disjunkt znademo da je njegov antecedens ($\neg C \rightarrow B$) istinit ($\neg C$), no tada je i konzekvens (B) istinit. No to nije moguće, jer iz prve rečenice znademo da je B neistinit, stoga u toj interpretaciji druga rečenica nije istinita, pa ni skup sve tri rečenice nije zadovoljiv (tj. skup rečenica je protuslovan, odnosno, kontradikcija).

b. U trećoj se rečenici tvrdi da ni A ni C nisu istiniti (rečenica je istovrijedna rečenici: $\neg A \wedge \neg C$).

Sada znamo da je antecedens druge rečenice ($\neg A \rightarrow (B \rightarrow C)$) istinit, pa znademo da je istinit i njezin

konzekvens: ($B \rightarrow C$). No znademo i da je, prema trećoj rečenici, C neistinit, pa je stoga i B neistinit:

($\neg C \rightarrow \neg B$), dakle, B je neistinit. U toj je interpretaciji istinita i prva rečenica: $\neg A \vee B$, prvi njezin disjunkt je istinit, pa je, stoga, i ona istinita. Dakle, zadani skup rečenica istinit je u interpretaciji u kojoj ni A ni B ni C nisu istinite rečenice.

3. Ključ tumačenja: Vxy za 'x voli y'; l za Lovre; r za ribe; g za glavonošci; c za crni rižot.

				Davor	Srećko	Berislav	Goran
interpretacije:	Vlr	Vlg	Vlc	$Vlr \rightarrow Vlg$	$Vlc \wedge \neg Vlg$	$\neg Vlc \rightarrow \neg Vlg$	$Vlc \leftrightarrow Vlr$
1. $Vlr \wedge Vlg \wedge Vlc$	i	i	i	i	n	i	i
2. $Vlr \wedge Vlg \wedge \neg Vlc$	i	i	n	i	n	n	n
3. $Vlr \wedge \neg Vlg \wedge Vlc$	i	n	i	n	i	i	i
4. $Vlr \wedge \neg Vlg \wedge \neg Vlc$	i	n	n	n	n	i	n
5. $\neg Vlr \wedge Vlg \wedge Vlc$	n	i	i	i	n	i	n
6. $\neg Vlr \wedge Vlg \wedge \neg Vlc$	n	i	n	i	n	n	i
7. $\neg Vlr \wedge \neg Vlg \wedge Vlc$	n	n	i	i	i	i	n
8. $\neg Vlr \wedge \neg Vlg \wedge \neg Vlc$	n	n	n	i	n	i	i

a. Nije jer ne postoji interpretacija u kojoj je skup rečenica istinit. Barem jedan od njih nije govorio istinu.

b. Je li moguće da samo Berislav nije govorio istinu? Nije, jer ako i izdvojimo njegov iskaz, ne postoji interpretacija u kojoj je skup preostalih zadovoljiv. Dakle, ako Berislav nije govorio istinu, još je netko uz njega morao govoriti neistinu.

c. Ukoliko samo Goran nije govorio istinu, Lovre ne voli ni ribu ni glavonošce, no voli crni rižot. Samo je u toj interpretaciji (7.) skup preostalih rečenica istinit (plavo obojeno)

d. Tko sve nije govorio istinu ukoliko Lovre voli ribu i crni rižot, no ne voli glavonošce? Istinu u tom slučaju nije govorio Davor. Njegov je iskaz jedini neistinit u toj interpretaciji (3.).

e. Tko sve nije govorio istinu ukoliko Lovre voli sva tri jela, ili ne voli nijedno od navedenih? Istinu u tom slučaju, nije govorio Srećko. Jedino je njegov iskaz u svakoj od tih interpretacija (1. i 8.) neistinit. (zeleno obojeno)

f. Je li moguće da nitko od njih nije rekao istinu? Nije, jer ne postoji interpretacija u kojoj su svi iskazi neistiniti (tj. barem jedna od rečenica je istinita u svakoj interpretaciji)