

Ponavljjanje (opetovanje, op.)

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \\ 3 & P \end{array} \quad 2/ \text{op.}$$

Uvođenje nijeka ( $u\neg$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & \begin{array}{l|l} & P \\ & \text{pretp.} \end{array} \\ 3 & \begin{array}{l|l} & \dots \end{array} \\ 4 & \begin{array}{l|l} & \perp \\ & \dots / u\perp \end{array} \\ 5 & \neg P \quad 2-4/ u\neg \end{array}$$

Isključenje nijeka ( $i\neg$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & \neg\neg P \\ 3 & P \end{array} \quad 2/ i\neg$$

Uvođenje kondicionala ( $u\rightarrow$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & \begin{array}{l|l} & P \\ & \text{pretp.} \end{array} \\ 3 & \begin{array}{l|l} & \dots \end{array} \\ 4 & \begin{array}{l|l} & Q \end{array} \\ 5 & P \rightarrow Q \quad 2-4/ u\rightarrow \end{array}$$

Isključenje kondicionala ( $i\rightarrow$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \rightarrow Q \\ 3 & P \\ 4 & Q \end{array} \quad 2, 3/ i\rightarrow$$

Uvođenje protuslovlja ( $u\perp$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \\ 3 & \neg P \\ 4 & \perp \end{array} \quad 2, 3/ u\perp$$

Uvođenje konjunkcije ( $u\wedge$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \\ 3 & Q \\ 4 & P \wedge Q \end{array} \quad 2, 3/ u\wedge$$

Uvođenje univerzalnog kvant. ( $u\forall$ )<sup>1</sup>

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & Pa \\ 3 & \forall xPx \end{array} \quad 2/ u\forall$$

Isključenje konjunkcije ( $i\wedge$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \wedge Q \\ 3 & P \end{array} \quad 1/ i\wedge$$

$$\begin{array}{l|l} 4 & Q \end{array} \quad 1/ i\wedge$$

Isključenje univerzalnog kvant. ( $i\forall$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & \forall xPx \\ 3 & Pa \end{array} \quad 2/ i\forall$$

Isključenje protuslovlja ( $i\perp$ )<sup>2</sup>

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & \perp \\ 3 & P \end{array} \quad 2/ i\perp$$

Uvođenje disjunktije ( $u\vee$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \\ 3 & P \vee Q \end{array} \quad 2/ u\vee$$

Uvođenje egzistencijalnog kvant. ( $u\exists$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & Pa \\ 3 & \exists xPx \end{array} \quad 2/ u\exists$$

Isključenje disjunktije ( $i\vee$ )

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & P \vee Q \\ 3 & \begin{array}{l|l} & P \\ & \text{pretp.} \end{array} \\ 4 & \begin{array}{l|l} & \dots \end{array} \\ 5 & R \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 6 & \begin{array}{l|l} & Q \\ & \text{pretp.} \end{array} \\ 7 & \begin{array}{l|l} & \dots \end{array} \\ 8 & R \end{array}$$

$$9 \quad R \quad 2, 3-5, 6-8/ i\vee$$

Isključenje egzistencijalnog kvant. ( $i\exists$ )<sup>3</sup>

$$\begin{array}{l|l} 1 & \dots \\ 2 & \exists xPx \\ 3 & \begin{array}{l|l} a & Pa \\ & \text{pretp.} \end{array} \\ 4 & \begin{array}{l|l} & \dots \end{array} \\ 5 & \begin{array}{l|l} & Ga \end{array} \\ 6 & \begin{array}{l|l} & \exists xGx \\ & 5/ u\exists \end{array} \\ 7 & \exists xGx \end{array} \quad 2, 3-6/ i\exists$$

<sup>1</sup>Možemo  $u\forall$  samo ako se konstanta  $a$  ne pojavljuje u pretpostavkama koje su 'na snazi' niti u rečenici koju izvodimo

<sup>2</sup>*ex falso quodlibet*

<sup>3</sup>Možemo  $i\exists$  samo ako se konstanta  $a$  ne javlja u pretpostavkama koje su 'na snazi' niti u rečenici koju izvodimo

**Teoremi i jednakovrijednosti, koje, kada je tako rečeno, možete koristiti kao pravila.**

<p>Modus tollens (<b>MT</b>)</p> $  \begin{array}{l l}  1 & \dots \\  2 & P \rightarrow Q \\  3 & \neg Q \\  4 & \neg P \quad 2, 3/ \text{MT}  \end{array}  $	<p>Hipotetički silogizam (<b>HS</b>) ili lančani zaključak</p> $  \begin{array}{l l}  1 & \dots \\  2 & P \rightarrow Q \\  3 & Q \rightarrow R \\  4 & P \rightarrow R \quad 2, 3/ \text{HS}  \end{array}  $	<p>Disjunktivni silogizam (<b>DS</b>)</p> $  \begin{array}{l l}  1 & \dots \\  2 & P \vee Q \\  3 & \neg Q \\  4 & P \quad 2, 3/ \text{DS}  \end{array}  $	
<p>Kontrapozicija</p> $  \begin{array}{l}  P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P \\  \neg P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow P \\  P \rightarrow \neg Q \equiv Q \rightarrow \neg P \\  \dots \\  \dots\dots\dots  \end{array}  $	<p>Svođenje <math>\rightarrow</math> na <math>\vee</math> i obrnuto</p> $  \begin{array}{l}  P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q \\  \neg P \rightarrow Q \equiv P \vee Q \\  P \rightarrow \neg Q \equiv \neg P \vee \neg Q \\  \dots \\  \dots  \end{array}  $	<p>De Morganovi zakoni (<b>DeM</b>)</p> $  \begin{array}{l}  P \wedge Q \equiv \neg(\neg P \vee \neg Q) \\  \neg(\neg P \wedge \neg Q) \equiv P \vee Q \\  \neg P \wedge \neg Q \equiv \neg(P \vee Q) \\  \neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q \\  \neg(\neg P \wedge Q) \equiv P \vee \neg Q \\  \neg P \wedge Q \equiv \neg(P \vee \neg Q)  \end{array}  $	<p>De Morganovi zakoni za kvantifikatore</p> $  \begin{array}{l}  \forall x Px \equiv \neg \exists x \neg Px \\  \neg \forall x \neg Px \equiv \exists x Px \\  \forall x \neg Px \equiv \neg \exists x Px \\  \neg \forall x Px \equiv \exists x \neg Px \\  \dots \\  \dots  \end{array}  $