

I. Zadatak

Ne slijede: a, c, d;

Slijedi: b

$D = \{Ana, Tin\}$

Protumodel za a.			za c.			za d.			
.	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>P</i>
Ana	+	+	+	+	-	-	+	+	-
Tin	-	+	-	-	-	+	-	+	+

Objašnjenje za a.: $P1$ je istinita – Ana jedina ima svojstvo S a ima i svojstvo M ; $P2$ je istinita – Tin ima svojstvo M ali ne i P ; no K nije istinita – Ana jedina ima svojstvo S i ima svojstvo P stoga u ovom modelu vrijedi da su svi $S P$, a to je protuslovno danij konkluziji.

Objašnjenje za c.: $P1$ je istinita – Ana jedina ima svojstvo S i nema svojstvo M ; $P2$ je istinita – Tin jedini ima svojstvo P i nema svojstvo M ; no K nije istinita – prema ovom modelu nijedan S nije P , a to je protuslovno zadanoj konkluziji.

Objašnjenje za d.: $P1$ je istinita – Ana je jedina S a i M je; $P2$ je istinita – Tin jedini ima svojstvo P a i M je; no K nije istinita – Nijedan S nije P , a to je protuslovno zadanoj konkluziji.

Dokazujemo b.:

1	$\forall x(Sx \rightarrow \neg Mx)$	pretp.
2	$\exists x(Px \wedge Mx)$	pretp.
3	a $Pa \wedge Ma$	pretp.
4	$Sa \rightarrow \neg Ma$	1/ i \forall
5	Ma	3/ i \wedge
6	$\neg Sa$	4, 5/ MT
7	Pa	3/ i \wedge
8	$Pa \wedge \neg Sa$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(Px \wedge \neg Sx)$	8/ u \exists
10	$\exists x(Px \wedge \neg Sx)$	2, 3-9/ i \exists

II. Zadatak

Slijede: b, c, d, f, g, h, n, o

Ne slijede: e, i, j, k, l, m, p

$D = \{Zdravko, Branka\}$

Protumodel za e.			za i.			za j.			
.	<i>D</i>	<i>D^r</i>	<i>P</i>	<i>D</i>	<i>D^r</i>	<i>S</i>	<i>D</i>	<i>D^r</i>	<i>S</i>
<i>z</i>	+	+	-	+	+	+	+	+	+
<i>b</i>	-	+	+	-	-	+	+	+	-

Objašnjenje za i.: Premise su: Sva djeca su draga, a neki smeđooki nisu dragi. Iz ovih bismo premisa mogli izvesti da neki smeđooki nisu djeca, no ne možemo izvesti da neka djeca nisu smeđooka: U modelu Zdravko je jedino dijete, drag je i smeđook

(Sva djeca su draga), a Branka je smeđooka, no nije dijete niti je draga (Neki smeđooki nisu dragi), no ne postoji dijete koje je smeđooko.

Objašnjenje za j.: U modelu su sva djeca draga (i Zvonko i Branka su djeca i dragi su), a premise su istinite.

Protumodel za k.			za l. i m.		za p.			
.	<i>D</i>	<i>D^r</i>	<i>U</i>	<i>S</i>	<i>D</i>	<i>D^r</i>	<i>P</i>	
<i>z</i>	+	+	-	-	-	+	+	-
<i>b</i>	-	+	+	+	-	+	-	+

Objašnjenje za l. i m.: – imaju isti protumodel; za l.: Zdravko nije sebičan, nitko sebičan nije darežljiv (Branka je jedina sebična i nije darežljiva), no Zdravko nije darežljiv;

za m.: Nitko sebičan nije darežljiv (Branka je jedina sebična i nije darežljiva), Zdravko nije darežljiv, no nije ni sebičan (kako se u konkluziji tvrdi).

Dokazujemo b.:

Iz $P1$ slijedi – Ako je Zdravko dijete, onda je drag, a kako znamo da je drag, slijedi da je dijete.

Dokazujemo c.:

Kako je, prema $P2$ razmaženo dijete, slijedi da je dijete. Prema $P1$ slijedi da ako je dijete, onda je drag. Prema tome drag je i razmažen.

Formalno:

1	$\forall x(Dx \rightarrow D^r x)$	pretp.
2	$Rz \wedge Dz$	pretp.
3	Dz	2/ i \wedge
4	$Dz \rightarrow D^r z$	1/ i \forall
5	$D^r z$	3, 4/ i \rightarrow
6	Rz	2/ i \wedge
7	$Rz \wedge D^r z$	5, 6/ u \wedge

Dokazujemo d.:

Uočite sličnost s prethodnim dokazom – razlika je u tome što u gornjem znademo da je Zdravko razmaženo dijete, a u ovom ne znamo je li to Zdravko no znamo da je netko.

1	$\forall x(Dx \rightarrow D^r x)$	pretp.
2	$\exists x(Rx \wedge Dx)$	pretp.
3	z $Rz \wedge Dz$	pretp.
4	Dz	3/ i \wedge
5	$Dz \rightarrow D^r z$	1/ i \forall
6	$D^r z$	4, 5/ i \rightarrow
7	Rz	3/ i \wedge
8	$Rz \wedge D^r z$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(Rx \wedge D^r x)$	8/ u \exists
10	$\exists x(Rx \wedge D^r x)$	2, 3-9/ i \exists

Dokazujemo f.:

1	$\forall x(Dx \rightarrow D^r x)$	pretp.
2	$\forall x(D^r x \rightarrow Ux)$	pretp.
3	$z \quad Dz$	pretp.
4	$Dz \rightarrow D^r z$	1/ i \forall
5	$D^r z$	3, 4/ i \rightarrow
6	$D^r z \rightarrow Uz$	2/ i \forall
7	Uz	5, 6/ i \rightarrow
8	$\forall x(Dx \rightarrow Ux)$	3-7/ u \forall

Dokazujemo g.:

1	$\forall x(Dx \rightarrow D^r x)$	pretp.
2	$\forall x(Lx \rightarrow \neg D^r x)$	pretp.
3	$z \quad Dz$	pretp.
4	$Dz \rightarrow D^r z$	1/ i \forall
5	$D^r z$	3, 4/ i \rightarrow
6	$Lz \rightarrow \neg D^r z$	2/ i \forall
7	$\neg Lz$	5, 6/ MT
8	$\forall x(Dx \rightarrow \neg Lx)$	3-7/ u \forall

Dokazujemo h.:

1	$\forall x(Dx \rightarrow D^r x)$	pretp.
2	$\forall x(D^r x \rightarrow \neg Sx)$	pretp.
3	$z \quad Dz$	pretp.
4	$Dz \rightarrow D^r z$	1/ i \forall
5	$D^r z$	3, 4/ i \rightarrow
6	$D^r x \rightarrow \neg Sx$	2/ i \forall
7	$\neg Sz$	5, 6/ i \rightarrow
8	$\forall x(Dx \rightarrow \neg Sx)$	3-7/ u \forall

Dokazujemo n.:

1	$\forall x(Sx \rightarrow \neg Dx)$	pretp.
2	$Dz \wedge S^r z$	pretp.
3	Dz	2/ i \wedge
4	$Sz \rightarrow \neg Dz$	1/ i \forall
5	$\neg Sz$	3, 4/ MT
6	$S^r z$	2/ i \wedge
7	$S^r z \wedge \neg Sz$	5, 6/ u \wedge

Dokazujemo o.:

1	$\forall x(Dx \rightarrow \neg Sx)$	pretp.
2	$\exists x(Dx \wedge \neg Bx)$	pretp.
3	$z \quad Dz \wedge \neg Bz$	pretp.
4	Dz	3/ i \wedge
5	$Dz \rightarrow \neg Sz$	1/ i \forall
6	$\neg Sz$	4, 5/ i \rightarrow
7	$\neg Bz$	3/ i \wedge
8	$\neg Sz \wedge \neg Bz$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(\neg Sx \wedge \neg Bx)$	8/ u \exists
10	$\exists x(\neg Sx \wedge \neg Bx)$	2, 3-9/ i \exists

III. Zadatak

Slijedi iz: a. (Nijedan pravi krokodil nije vodenjak); e. (Neki repaši nisu gmazovi); g. (Neki gmazovi nisu krokodili); h. (Neki koji nisu plavooki nisu krokodili); i. (Neki gmazovi nisu ptice); l. (Neki potomci dinosaura nisu gmazovi)

Ne slijedi ništa: b, c, d, f, j, k

Po dva modela (jedan iznad drugog) u kojima su za svaki od podzadataka i premise istinite i sud o odnosu pojmova koji se u premisama ne ponavljaju, no onaj u jednom modelu protuslovi onome u drugom modelu: $D = \{Braco, Seka\}$

.	Modeli za b.			za c.			za d.		
	K	G	O	K	G	G ^a	G	K	P
b	+	+	-	+	+	-	+	+	-
s	-	+	+	-	+	+	+	+	+
b	+	+	+	+	+	+	+	+	-
s	+	+	-	+	+	-	-	+	+

Objašnjenje za b.: U prvome modelu nijedan krokodil nije opasan, no u drugome postoji krokodil koji je opasan (Braco). Kako su u oba modela premise istinite, a istiniti su i protuslovnii sudovi o pojmovima koji se ne ponavljaju, o odnosu tih pojmova na temelju zadanih premisa ništa ne možemo zaključiti.

(Gotovo su jednaka objašnjenja i za ostale podzadatke iz kojih ništa o odnosu pojmova koji se ne ponavljaju na temelju zadanih premisa ne možemo znati: c. (Nijedan krokodil nije gavijal – Neki krokodili su gavijali); d. (Svi krokodili su gmazovi – Neki krokodili nisu gmazovi)

.	Modeli za f.			za j.			za k.		
	I	K	G	D	P	G	P	G	P ^o
b	-	+	+	+	-	-	+	-	+
s	+	-	+	-	-	+	+	-	+
b	-	+	+	+	-	+	+	-	-
s	+	-	-	-	-	+	+	-	+

Objašnjenje za k.: U oba su modela premise istinite,

no u **prvome** je istina da su sve ptice potomci ptica, a u drugome postoji ptica koja nije potomak ptica (Braco). Kako je u različitim modelima u kojima su istinite premise moguće da su pojmovi koji se u njima ne ponavljaju u međusobno protuslovnom odnosu, na temelju premisa o njihovom odnosu ništa ne možemo zaključiti.

Dokazujemo a.: Dokaz je jednak kao i u II. g. samo s različitim predikatima.

Dokazujemo e.: Dokaz je jednak kao i u II. d. samo s različitim predikatima:

1	$\forall x(\neg Gx \rightarrow \neg Kx)$	pretp.
2	$\exists x(Rx \wedge \neg Gx)$	pretp.
3	s $Rx \wedge \neg Gx$	pretp.
4	$\neg Gx$	3/ i \wedge
5	$\neg Gx \rightarrow \neg Kx$	1/ i \vee
6	$\neg Kx$	4, 5/ i \rightarrow
7	Rx	3/ i \wedge
8	$Rx \wedge \neg Kx$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(Rx \wedge \neg Kx)$	8/ u \exists
10	$\exists x(Rx \wedge \neg Kx)$	2, 3-9/ i \exists

Dokazujemo g.:

1	$\forall x(Kx \rightarrow \neg Dx)$	pretp.
2	$\exists x(Gx \wedge Dx)$	pretp.
3	s $Gx \wedge Dx$	pretp.
4	Dx	3/ i \wedge
5	$Kx \rightarrow \neg Dx$	1/ i \vee
6	$\neg Kx$	4, 5/ MT
7	Gx	3/ i \wedge
8	$Gx \wedge \neg Kx$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(Gx \wedge \neg Kx)$	8/ u \exists
10	$\exists x(Gx \wedge \neg Kx)$	2, 3-9/ i \exists

Dokazujemo h.:

1	$\forall x(Kx \rightarrow \neg P^ox)$	pretp.
2	$\exists x(P^ox \wedge \neg Px)$	pretp.
3	s $P^os \wedge \neg Ps$	pretp.
4	P^os	3/ i \wedge
5	$Ks \rightarrow \neg P^os$	1/ i \vee
6	$\neg Ks$	4, 5/ MT
7	$\neg Ps$	3/ i \wedge
8	$\neg Ps \wedge \neg Ks$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(\neg Px \wedge \neg Kx)$	8/ u \exists
10	$\exists x(\neg Px \wedge \neg Kx)$	2, 3-9/ i \exists

Dokazujemo i.: Dokaz je jednak III. e.

Dokazujemo l.: Dokaz je jednak prethodnima:

1	$\forall x(Px \rightarrow \neg Gx)$	pretp.
2	$\exists x(P^ox \wedge Px)$	pretp.
3	s $P^os \wedge Ps$	pretp.
4	Ps	3/ i \wedge
5	$Ps \rightarrow \neg Gs$	1/ i \vee
6	$\neg Gs$	4, 5/ i \rightarrow
7	P^os	3/ i \wedge
8	$P^os \wedge \neg Gs$	6, 7/ u \wedge
9	$\exists x(P^ox \wedge \neg Gx)$	8/ u \exists
10	$\exists x(P^ox \wedge \neg Gx)$	2, 3-9/ i \exists